



ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ МАССЫ ЧАСТЕЙ ПЛОДОВ ШИПОВНИКА НА
ОСНОВЕ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

т.ф.н. доцент. Алижанов Джаббар Акилбекович

Старший преподаватель Ташкентский институт инженеров ирригации и механизации сельского хозяйства, национального исследовательского университета

Исмаилов Халик Шадманович

Дияров Азамат Чориевич

*Преподаватели кафедры хранения, переработки и механизации сельхозпродукции
Термезского института агротехнологии и инновационного развития*

Received 4th Apr 2022, Accepted 5th May 2022, Online 4th Jun 2022

Аннотация. В работе приводятся экспериментальные результаты по распределению масс плодов шиповника сорта «Rosa Conina» и их частей (оболочки, семян), а также получены теоретические модели в виде аналитических выражений адекватно описывающих экспериментальные данные. Полученные уравнения могут использоваться для инженерных расчетов оборудования и технологии переработки данного сырья.

Ключевые слова: шиповник, «Rosa Conina», масса оболочки.

Нами проведены исследования составных частей шиповника сорта «Rosa Conina» с целью изучения особенностей статистических распределений масс цельных плодов, оболочки и семян, а также получение теоретических моделей в виде аналитических выражений адекватных результатам экспериментов.

В табл.1 приведены результаты измерений массы целых плодов, оболочки и семян.

Результаты измерений массы плодов, оболочки и семян

Табл.1

Число интервалов	1	2	3	4	5	6	
Масса 5 плодов, гр*							
Число попаданий в интервал π_i	5	20	25	20	20	10	$\Sigma \pi_i = 100$
Частота $P_{xi} = \frac{\pi_i}{N}$	0,05	0,2	0,25	0,2	0,2	0,1	$\Sigma P_{xi} = 1$
Случайная величина x_i в серединах интервалов, гр	3,43	3,87	4,31	4,75	5,19	5,03	$x_{max} = 5,85$ $x_{min} = 3,21$
Сумма накопленных частот F_{xi}	0,05	0,25	0,5	0,7	0,9	1,0	

Масса оболочки 5 плодов, гр							
Число попаданий в интервал π_i	5	15	20	23	27	10	$\Sigma \pi_i = 100$
Частота $P_{yi} = \frac{\pi_i}{N}$	0,05	0,15	0,2	0,23	0,27	0,1	$\Sigma P_{yi} = 1$
Случайная величина y_i в серединах интервалов, гр	1,865	2,075	2,285	2,495	2,705	2,915	$y_{max}=3,02$ $y_{min}=1,76$
Сумма накопленных частот F_{yi}	0,05	0,2	0,4	0,63	0,9	1,0	
Масса семян 5 плодов**							
Число попаданий в интервал π_i	10	20	25	20	15	10	$\Sigma \pi_i = 100$
Частота $P_{zi} = \frac{\pi_i}{N}$	0,1	0,2	0,25	0,2	0,15	0,1	$\Sigma P_{zi} = 1$
Случайная величина z_i в серединах интервалов, гр	1,575	1,805	2,035	2,265	2,495	2,725	$z_{max}=2,84$ $z_{min}=1,46$
Сумма накопленных частот F_{zi}	0,1	0,3	0,55	0,75	0,9	1,0	

* влажность плодов 14-17 %;

** массы 1000 семян средняя – 16,38 гр.

Т.к. интервалы разбиения для плода и его частей весьма малы, то с целью обеспечения наилучшего заполнения интервалов было принято провести 100 измерений с навесками из 5 плодов, подбираемых случайным образом.

Анализ экспериментальных распределений показал, что для целых плодов можно применить аналитическую модель

$$P_x = A \cdot e^{-\frac{(x-\bar{x})^2}{2 \cdot \sigma^2}} \quad (1)$$

после определения значений A , \bar{x} , σ , т.к. подстановка экспериментальных значений $\bar{x} = 4,5940$, $\sigma = 0,5308$ и $A = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} = 0,7518$ в уравнение (1) не дает удовлетворительного результата. По этому для уточнения параметров уравнения (1) преобразуем его путем замены переменных к линейному относительно уточняемых параметров:

$$z = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 \quad (2)$$

$$\text{где } z = \ln P_x; a_0 = \ln A - \frac{\bar{x}^2}{2 \cdot \sigma^2}; a_1 = \frac{\bar{x}}{\sigma^2}; a_2 = \frac{1}{2 \cdot \sigma^2}.$$

Вычисления коэффициентов уравнения (2) производилось на ПВМ в системе MatLAB с использованием файла [1]

Polyfin (x, z, 2),

в результате реализации которого получили $a_0 =$ $a_1 =$ $a_2 =$, а затем $\bar{x}_m = 4,642$; $\sigma_m = 0,6915$; $A = 0,2622$.

Отсюда получим теоретическую модель в виде уравнения

$$P_{xm} = 0,2622 \cdot e^{-\frac{(x-4,648)^2}{2 \cdot 0,6915^2}} \quad (3)$$

Проверка H_0 гипотезы по χ^2 критерию при уровне значимости $\alpha = 0,05$ и степени свободы $k = m - c - 1 = 3$ (здесь c - число параметров - \bar{x} и σ) дает расчетную величину [2]:

$$\chi_p^2 = \sum_{i=1}^m \frac{(M_i - nP_i)^2}{nP_i} = 2,4739,$$

где $m=6$ – число интервалов;

$n=100$ - число опытов;

$M_i = nP_i$ -число попаданий в i интервал случайной величины x (по эксперименту);

nP_{xm} -теоретическое число попаданий случайной величины x в i - интервал.

Из табл. 1.1.2.7. χ^2 распределения [2] имеем $\chi^2_{\text{табл}} = 7,8$. Т.к. $8_p^2 < 8_{\text{табл}}^2$ то можно считать, что теоретическая модель (3) достаточно хорошо соответствует экспериментальным данным.

В результате анализа особенностей экспериментальных плотностей распределения P_{yi} и P_{zi} были получены теоретические модели:

$$P_{ym}=6,1291-9,2289 \cdot Y+4,5269 \cdot Y^2-0,7099 \cdot Y^3 \quad (4)$$

$$P_{zm}=-5,1291-7,3369 \cdot Z+3,0879 \cdot Z^2-0,4186 \cdot Z^3 \quad (5)$$

Расчетные значения χ^2 -критерия для экспериментальных и теоретических плотностей распределений: $\chi_p^2=1,3201$ -для распределении массы оболочек; $8_p^2=0,3365$ -для распределений массы семян. Это значительно меньше $\chi^2_{\text{табл}}$, поэтому уравнение (4) и (5) можно считать адекватным экспериментальным результатам.

На рис.1. показаны теоретические и экспериментальные плотности распределений, из которых видно некоторая асимметричность. Отсутствие асимметрии обеспечивается если центральные моменты третьего (и более третьего, но нечетного порядка) порядка равен нулю, т.е $(x - \bar{x})^3 = 0$. Величина асимметрии определяются коэффициентом асимметрии

$$C = \frac{\sum(x-\bar{x})^3}{\sigma^3}.$$

В результате вычислений по этой формуле для распределений массы цельных плодов получили $C_x=-3,4472$ (экспериментальная плотность распределения); $C_{xm}=-2,9945$ (теоретическая плотность распределения), что указывает на правостороннюю асимметрию, причем C_{1m} на 14 % меньше C_1 . Т.е. теоретическая кривая более асимметрична.

Также для распределений:

P_y и P_{ym} получено $C_y = -6,3552$; $C_{ym} = -5,8895$;

P_z и P_{zm} получено $C_z = 1,6784$; $C_{zm} = 1,3505$;

Наибольшей плотностью обладает распределение массы оболочки $\sigma=0,337$, а наиболее удачная аппроксимация теоретической моделью распределение массы семян $8^2=0,3365$ при $C_z = 1,6784$ и $C_{zm}=1,3505$.

Распределение случайной величины позволяет определить вероятность попадания случайной величины в любой интервал на основе экспериментальных результатов. При использовании теоретических моделей вероятность попадания случайной величины в заданный интервал (например для случайной величины x при попадании в интервал $x_1=3,87$, $x_2=4,75$)

$$F_m(x_1 \leq x \leq x_2) = \int_{x_1}^{x_2} P_{xm} \cdot dx = \int_{3,87}^{4,75} 0,2622 \cdot \exp\left(-\frac{(x-4,648)^2}{2 \cdot 0,6915^2}\right) dx = 0,478;$$

$$\text{также } F_m(3,21 \leq x \leq 5,85) = \int_{3,21}^{5,85} P_{xm} \cdot dx = 1,021.$$

Интегрирование произведено на ПБМ в системе MatLAB по файлу $F=\text{'func'}$; $\text{quad}(F, x_1, x_2)$. Аналогичные вычисления проведены и для моделей P_{ym} и P_{zm} и показали хорошее соответствие полученных результатов с экспериментальными распределениями.

Использованная литература

1. В.П.Дьяконов. Справочник по применению PC MatLAB, М., “Наука”, 1993.
2. И.Н.Бронштейн и др. Справочник по математике. М., “Наука”, 1986.